

수학을 사용한 빛의 속도 측정

한남대학교 수학과
김상배 교수

sbk@hnu.kr

<http://sbk.hnu.kr>

연습

건물 높이 재기

강 건너까지 거리재기

울릉도 독도전망대(317m)에서 볼수 있는 독도 부분

독도전망대 : 317m

독도 높이 : 169m

울릉도에서 독도까지 거리 90km

<http://wolframalpha.com>

$R=6368 ; R1=R+0.317 ; R2=R+x ;$

$\text{solve}(\text{sqrt}(R1^2 - R^2) + \text{sqrt}(R2^2 - R^2) = 90);$

$x= 55 \text{ m}$

그러므로 $169-55 = 114 \text{ m}$ 윗부분

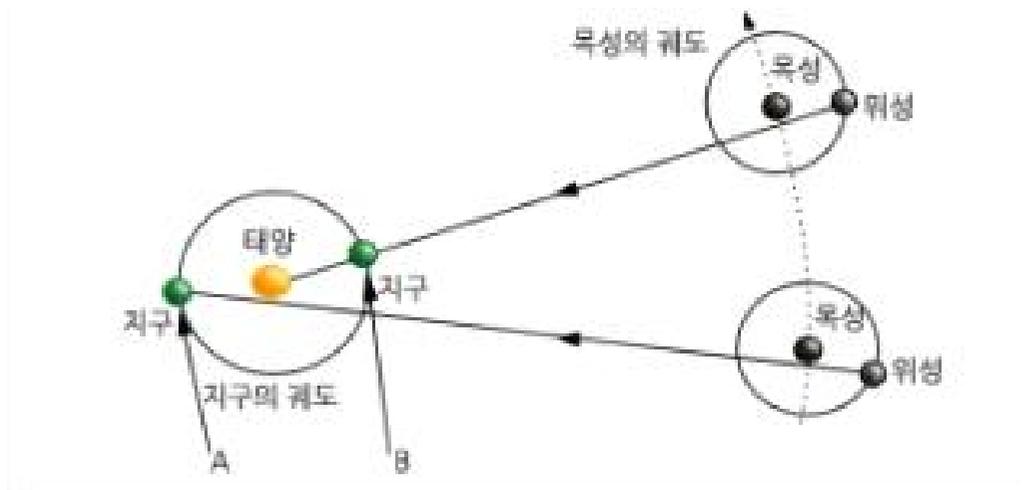
갈릴레이의 계산(실패)



빛의 속력을 최초로 측정하려고 했던 사람은 갈릴레오 갈릴레이 (1564~1642)였다. 그는 빛의 속력을 측정하기 위해 실험을 계획했다. 밤에 갈릴레이와 그의 조수는 각각 램프와 램프 덮개를 하나씩 들고 약 1.6km 정도 떨어진 산봉우리에 올라갔다. 두 사람은

램프의 빛을 서로 주고받으면서 빛의 속력을 측정하기로 했다. 갈릴레이가 램프를 덮고 있던 덮개를 열고 그의 조수가 그 빛을 보았을 때 조수는 즉시 그의 램프 덮개를 연다. 갈릴레이가 덮개를 열고 난 후 조수에게서 오는 빛을 보는 사이의 시간이 빛이 두 사람 사이를 왕복하는데 걸리는 시간이 된다. 실험 결과 두 사람 사이의 거리가 너무 가까워 빛의 속력을 제대로 측정할 수 없었지만, 갈릴레이의 시도는 빛의 속력을 측정하려는 노력의 시발점이 되었다는 점에서 큰 의의가 있다.

로머의 계산



덴마크의 천문학자 로머(Ole Roemer, 1644-1710)는 최초로 빛의 속력을 과학적인 방법으로 측정한 사람이다. 그는 목성의 위성 이오가 목성의 그늘에 숨는 시간이 변하는 현상을 이용

해 빛의 속력을 구하는 데 성공했다.

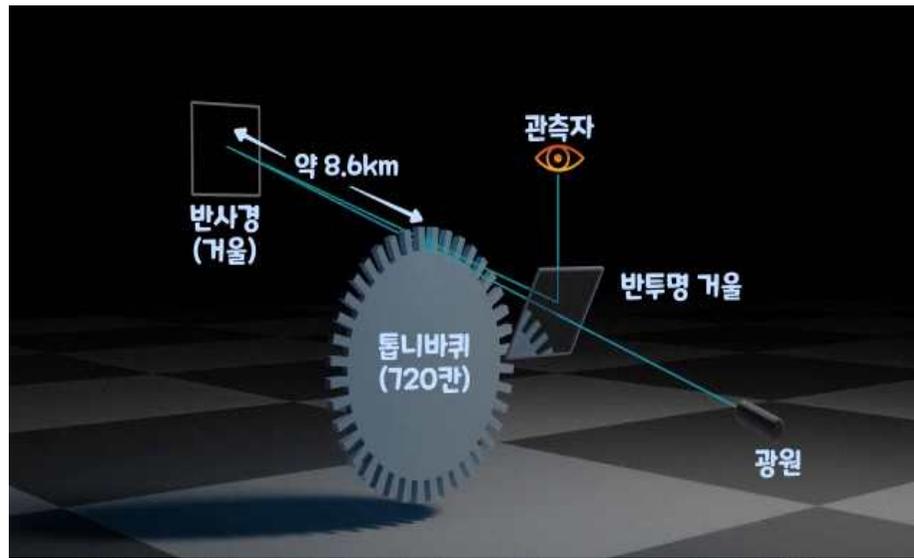
지구와 목성은 태양을 공전하는데, 로머는 관측 자료들을 통해 지구가 목성과 가까운 위치에 있을 때 이오가 목성에 가려지기 시작하는 시간 (이오의 월식이 시작되는 시간)이 지구가 목성과 먼 위치에 있을 때 보다 약 22분 빠르다는 것을 알게 되었다. 이 22분은 지구의 공전궤도 지

름 길이 (2.94×10^8 km)만큼 빛이 이동하는데 걸리는 시간이므로, 빛의 속력 c 는

$$c = \frac{2.94 \times 10^8 \text{ km}}{22 \times 60 \text{ s}} = 222,727 \text{ km/s}$$

비록, 정확한 빛의 속력 값($c = 299,792 \text{ km/s}$)에는 훨씬 미치지 못했지만, 그 당시, 천문 관측의 정확도가 지금보다 낮았다는 것을 고려하면, 그의 측정 결과는 정말 대단한 것이었다. 뢰머는 평소 뉴턴과도 교류가 있었는데, 그가 측정한 광속 값이 뉴턴의 저서에 소개되기도 하였다.

피조의 계산(8.6km 거리)



천문 현상을 이용하지 않고, 실험 장치를 이용해 빛의 속력을 측정한 최초의 사람은 프랑스 물리학자 피조 (H.L. Fizeau, 1819-1896)다.

피조의 장치는 멀리 떨어진 두 점 사이를 빛이 왕복할 때 걸린 시간을 재는 것으로, 광원에서 나오는 빛이 회전하는 톱니바퀴의 톱니 틈을 통과하게 한 후 그 빛이 멀리 있는 거울에 부딪혀 되돌아오게 하였다.

피조가 사용한 톱니바퀴의 톱니수는 720개였는데, 빛이 $8.6 \text{ km} \times 2$ 를 진행하는 동안 톱니바퀴는 한 바퀴의 $1/(720 \times 2)$ 만큼 회전을 해야 톱니 뒤에서 보고 있는 사람의 눈에 빛이 관측되지 않는다. 이 때(사람의 눈에 빛이 관측되지 않을 때)의 톱니바퀴의 초당 회전수(약 12.6)를 알면, 빛의 속력을 구할 수 있다.

즉, 빛의 속력은 빛이 이동한 거리를 빛이 이동하는 데 걸린 시간으로 나눈 것이다. 빛이 이동한 거리 L 과 시간 t 는

$$L = 8.6 \text{ km} \times 2 \text{ (빛이 왕복한 거리)}$$

$$t = \frac{1}{12.6} \times \frac{1}{720 \times 2} \text{ (톱니 하나 회전하는 시간)}$$

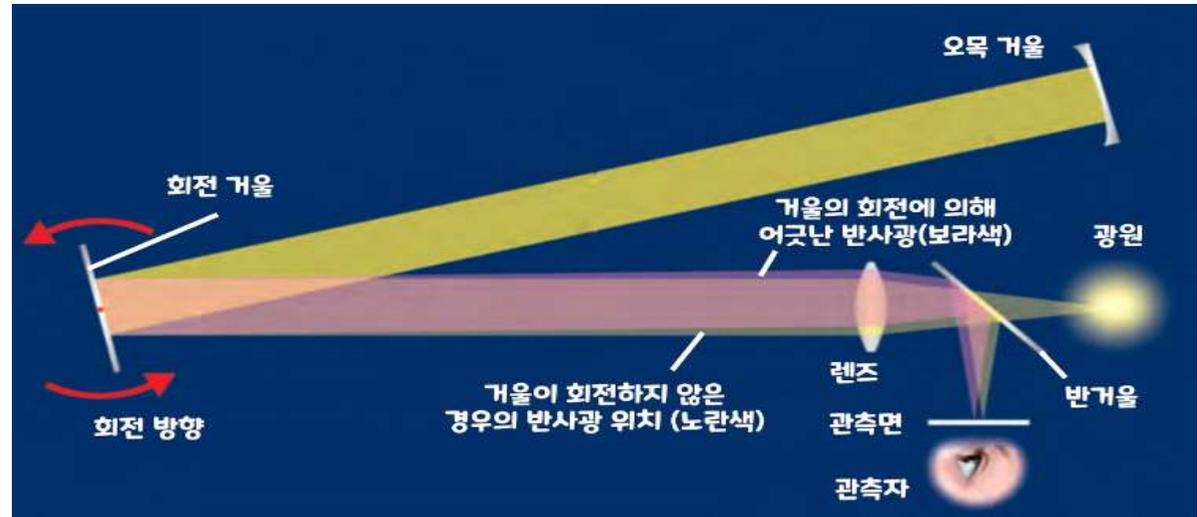
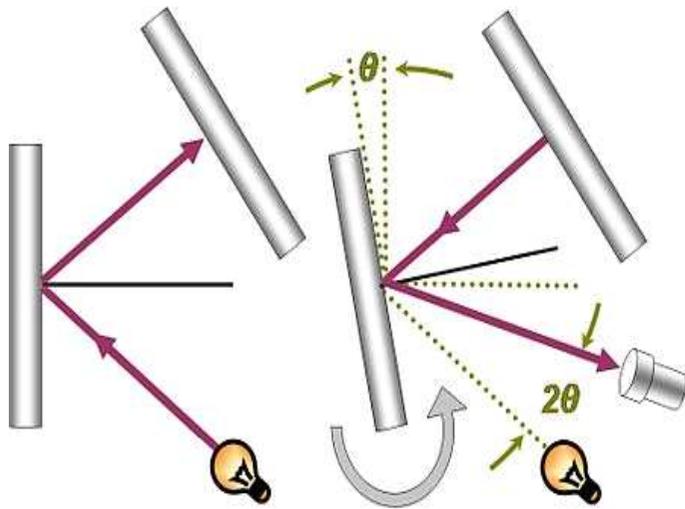
이므로, 빛의 속력 c 는

$$c = \frac{L}{t} = \frac{8.6 \times 2}{\frac{1}{12.6 \times 720 \times 2}} = 313,000 \text{ km/s}$$

로 구할 수 있었다. 이 실험 결과 또한 그 당시의 측정 장치의 정확도를 고려하면, 매우 대단한 것이었다.

푸코의 계산(실험실에서)

푸코의 진자로도 유명한 푸코는 빛의 속력을 실험실에서 구하였다.



광원에서 방출된 빛이 반투명거울과 볼록렌즈, 회전거울을 지나 오목 거울로 간다. 볼록렌즈는 광원의 빛을 평행광선으로 만들어 준다. 오목 거울에서 반사된 빛은 거꾸로 회전거울, 렌즈를 지나 반거울에서 일부는 직진하고 일부는 방향이 꺾여 관측면에 도달한다.

회전거울이 멈추어 있을 때의 결과가 노란빛이고, 회전거울이 θ 만큼

회전한 순간, 회전거울로부터 반사된 빛은 2θ 만큼(다음 페이지 참조) 회전한 보랏빛 영역에 나타난다. 광원 부근에서 보랏빛 초점은 (관측은 어렵지만) 노란빛 초점보다 거리 d 만큼 이동된다. 반거울에 의하여 꺾인 빛도 관측면에서 보랏빛 초점은 노란빛 초점에서 거리 d 만큼 떨어져 나타나는데 거울 반사 때문에 두 빛의 위치가 바뀌어 나타난다.

회전거울이 초당 f 번 회전하고 있는 상황에서, 빛이 회전거울과 오목거울을 왕복한 아주 짧은 t 초 동안, 회전거울이 회전하는 각도는 $\theta = 2\pi ft$ 만큼이다. 회전거울에서 반사되는 빛의 각 변화는 2θ 이므로, 회전거울로부터 초점까지의 거리를 r 이라 하면, 호도법에 따라,

$$2\theta = d/r$$

$$2(2\pi ft) = d/r \quad \text{이유: } \theta = 2\pi ft$$

$$t = d/(4\pi fr)$$

로 시간 t 가 계산될 수 있다.

광속 c 는 빛이 왕복하는 거리 $2L$ 를 왕복시간 t 로 나눈 것이므로

$$\begin{aligned} c &= 2L / t \\ &= 2L(4\pi fr) / d \quad \text{이유: } t = d / (4\pi fr) \\ &= 8\pi frL / d \end{aligned}$$

와 같이 광속을 계산하여 얻을 수 있다. 그런데 실험에서 설정 또는 관측한 값들은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} f &= 830 \text{ (측정된 거울의 초당 회전수),} \\ r &= 0.5\text{m (조정된 거울과 관측면의 거리)} \\ L &= 20\text{m (당시 기술의 한계),} \\ d &= 0.7\text{mm (실험에서 측정된 값)} \end{aligned}$$

그러므로 실험에 따른 광속은 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} c &= 8\pi frL / d \\ &= 298,000 \text{ km/s} \end{aligned}$$

공기와 물을 통과한 실험.

빛의 속력이 공기보다 물에서 더 느리다는 점(75%)을 알게 되었다.

거울 회전에 의한 빛의 출사각 변화

거울에 입사각 ϕ 로 들어온 빛은 반사하여 출사각 ϕ 로 나간다. 따라서 **지점0**에서 출발한 빛이 **거울1**에 반사하여 **지점1**로 간다. **거울1**을 각도 θ 만큼 회전하여 **거울2**가 되면 **지점0**에서 출발한 빛은 **거울2**에 반사하여 **지점2**로 간다. 이 때 출사각은 입사각 $\phi + \theta$ 와 같다. 그 때 **지점1**과 **지점2** 사이의 각 x 를 구해보자. 그림을 보면

$$x = (\phi + \theta) - (\phi - \theta) = 2\theta$$

임을 알 수 있다.

